

Задача 9.23

Величкин М.С. 302

Задача

9.23. (3) Рассмотреть дифракцию Фраунгофера на квадратном отверстии со стороной L , в центре которого находится квадратный непрозрачный экран со стороной l ($l < L$). Рассчитать в дальней зоне двумерное распределение интенсивности в плоскости, параллельной экрану. Представить это распределение графически. Определить угловые размеры центрального максимума.

Напряжённость

В случае дифракции плоских волн можно упростить интеграл Френеля-Кирхгофа:

$$E(P) = \frac{ik}{4\pi} \int_{\Sigma_{\text{омб}}} E_s(M) \frac{e^{-ikr}}{r} (\cos \alpha - \cos \beta) dM$$

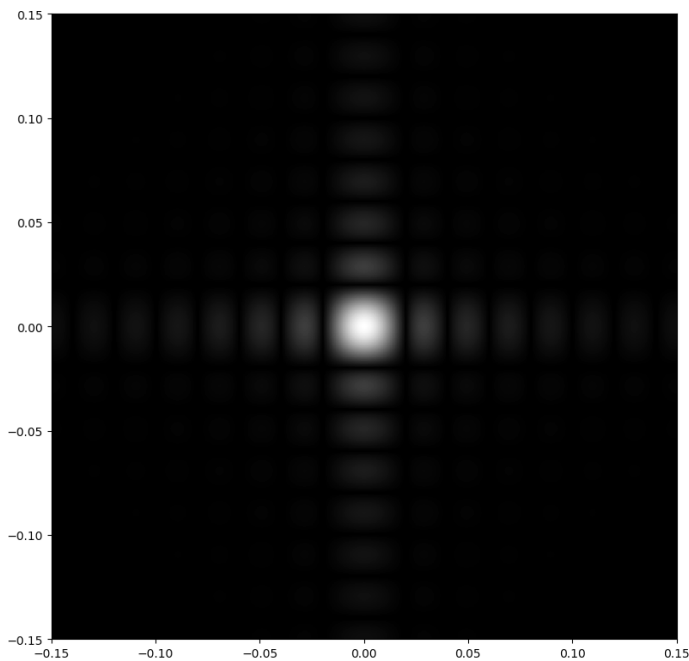
$$E(x, y) = c \int \int_{\Sigma_{\text{омб}}} e^{-ik \frac{xx' + yy'}{z}} dx' dy'$$

$$E(x, y) = -c \left(L^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{L}{2} x\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{L}{2} y\right) - l^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{l}{2} x\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{l}{2} y\right) \right)$$

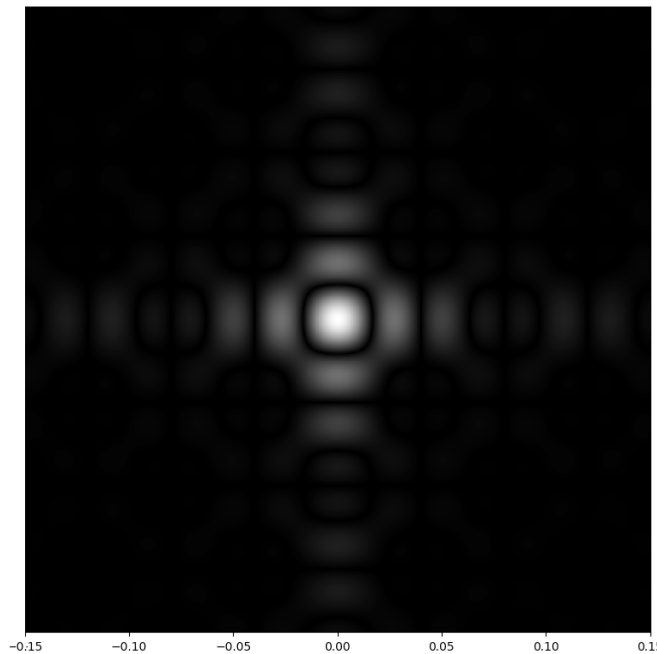
Дифракционная картина

Пусть $z=100$, $k = 2\pi/\lambda$, $\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$, $L = 0.1$

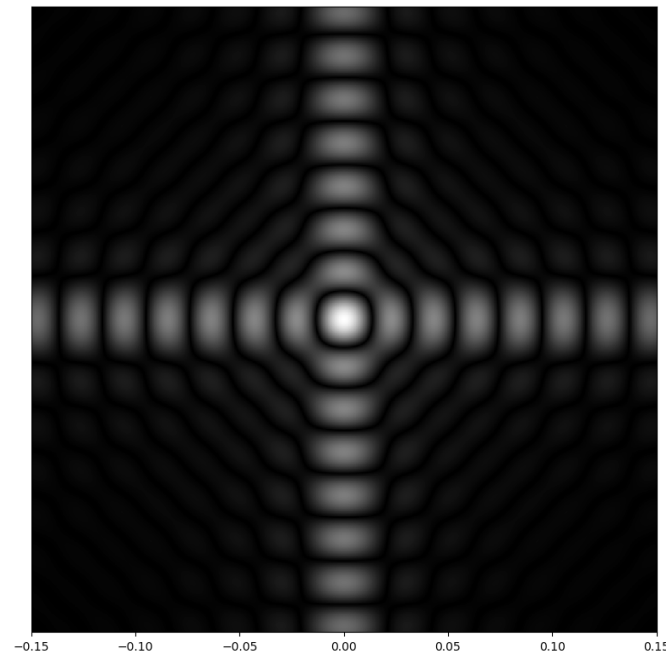
$l = 0$



$l = 0.5L$



$l = 0.9L$



Угловой размер

$$L^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{L}{2} x\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{L}{2} y\right) - l^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{l}{2} x\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{l}{2} y\right) = 0$$

$$L \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{L}{2} x\right) = l \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{l}{2} x\right)$$

Пересечение точно между первым максимумом
и первым нулём $\operatorname{sinc}\left(\frac{k}{z} \frac{L}{2} x\right)$

$$\frac{\pi}{2} < \frac{k}{z} \frac{L}{2} x < \pi$$

$$\frac{\lambda}{2L} < \frac{x}{z} < \frac{\lambda}{L}$$

